

**Câu I. (2,5 điểm)**

Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$

- 1) Rút gọn B
- 2) Tìm giá trị của B với  $x = 4 + 2\sqrt{3}$
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của B với  $x > 1$

**Câu II. (2 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể chứa không có nước thì sau 3 giờ 36 phút sẽ đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong thời gian bao lâu?

**Câu III. (1,5 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình:  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2 = 0$

- a) Giải phương trình với  $m = 1$
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho  $x_1 = 3x_2$

**Câu IV. (3,5 điểm)** Cho tam giác OAB vuông cân tại O. Vẽ đường tròn (O; OA), điểm M di động trên cung lớn AB sao cho tam giác MAB có 3 góc nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác MAB, AH cắt (O) và BM lần lượt tại C và F; BH cắt (O) và AM lần lượt tại D và E.

- a) Chứng minh tứ giác EHFH nội tiếp
- b) Tính số đo góc CHB
- c) AD cắt BC tại S. Tứ giác ASBM là hình gì?
- d) Gọi I là giao điểm của SH và CD. Chứng minh I thuộc đường cố định khi M di chuyển trên đường tròn (O)

**Câu V. (0,5 điểm).** Giải phương trình:  $4x^2 - 21x + 23 + 2\sqrt{x+1} = 0$

-----Hết-----

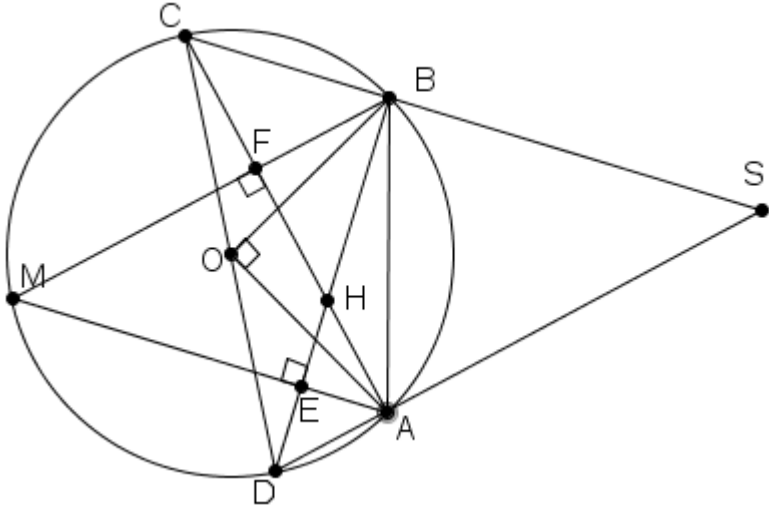
**Chú ý:** Lần thi thử thứ 2 của trung tâm bồi dưỡng văn hóa EDUFLY diễn ra vào ngày 27/3/2016.

Chi tiết xem tại website [www.edufly.edu.vn](http://www.edufly.edu.vn)

Câu	Đáp án	Thang điểm
<p><b>Câu I</b></p>	<p>Cho biểu thức <math>B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)</math></p> <p><b>1) Rút gọn B</b>            ĐKXD: <math>x \geq 0; x \neq 1</math></p> $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$ $= \left[ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] : \left[ \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x(\sqrt{x}+1)} \right]$ $= \left[ \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \left[ \frac{2(\sqrt{x}+1) - (2-x)}{x(\sqrt{x}+1)} \right]$ $= \left[ \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \left[ \frac{2\sqrt{x} + 2 - 2 + x}{x(\sqrt{x}+1)} \right]$ $= \left[ \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \left[ \frac{x + 2\sqrt{x}}{x(\sqrt{x}+1)} \right]$ $= \frac{(x + 2\sqrt{x}) \cdot x(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x + 2\sqrt{x})}$ $= \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ <p><b>2) Tìm giá trị của B với <math>x = 4 + 2\sqrt{3}</math></b>            Với <math>x = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2</math> thì</p> $B = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} - 1} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1 - 1} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6 + 4\sqrt{3}}{3}$ <p><b>3) Tìm giá trị nhỏ nhất của B với <math>x &gt; 1</math></b></p> $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \left[ (\sqrt{x}-1) + \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \right] + 2$ <p>Với <math>x &gt; 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 &gt; 0</math>. Áp dụng BĐT Cô-si ta có</p>	<p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p>

	$(\sqrt{x}-1) + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \geq 2 \sqrt{(\sqrt{x}-1) \cdot \frac{1}{(\sqrt{x}-1)}} = 2$ <p>Suy ra <math>B \geq 4</math>. Vậy giá trị nhỏ nhất của B là 4, đạt được khi <math>\sqrt{x}-1=1 \Leftrightarrow x=4</math></p>	<p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p>
<b>Câu II</b>	Gọi thời gian vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy đầy bể cạn lần lượt là x, y (giờ) $x > y > 0$	<b>0,25</b>
	Trong một giờ, vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể); vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)	<b>0,25</b>
	Trong một giờ, cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể)	
	Vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ $\Rightarrow x = y + 3$ (1)	
	Nếu hai vòi cùng chảy vào bể cạn thì sau 3 giờ 36 phút $= \frac{18}{5}$ giờ sẽ đầy bể suy ra trong một giờ, hai vòi chảy được $\frac{5}{18}$ (bể)	<b>0,25</b>
	$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{18}$ (2)	
	Từ (1) và (2) có hệ phương trình	
	$\begin{cases} x = y + 3 & (1) \\ \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{18} & (2) \end{cases}$	<b>0,25</b>
	Thế (1) vào (2) được: $\frac{1}{y+3} + \frac{1}{y} = \frac{5}{18}$	
	$\Leftrightarrow 18y + 18(y+3) = 5y(y+2)$	<b>0,5</b>
$\Leftrightarrow -5y^2 + 23y + 54 = 0$		
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = -\frac{9}{5} \text{ (loại)} \end{cases}$	<b>0,25</b>	
Vậy nếu chảy riêng, vòi thứ hai chảy đầy bể sau 6 giờ, vòi thứ nhất chảy đầy bể sau 9 giờ	<b>0,25</b>	

<p><b>Câu III</b></p>	<p><b>1) Giải hệ phương trình</b></p> $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases} \quad (\text{ĐK: } x \neq \pm y)$ <p>Đặt <math>\frac{1}{x+y} = u</math>; <math>\frac{1}{x-y} = v</math>. Hệ phương trình trở thành</p> $\begin{cases} u + v = 3 \\ 2u - 3v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = 2 \\ \frac{1}{x-y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{2} \\ x-y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$	<p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p>
	<p><b>2) Cho phương trình: <math>x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2 = 0</math> (*)</b></p> <p>a) Giải phương trình với <math>m = 1</math></p> <p>Thay <math>m = 1</math> vào pt (*) được: <math>x^2 - 4x - 1 = 0</math></p> <p>Có <math>\Delta' = 4 + 1 = 5</math></p> $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 + \sqrt{5} \\ x_2 = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là <math>S = \{2 + \sqrt{5}; 2 - \sqrt{5}\}</math></p> <p>b) Tìm <math>m</math> để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho <math>x_1 = 3x_2</math></p> <p>Để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thì:</p> $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 2) > 0$ $\Leftrightarrow 2m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{2}$ <p>Áp dụng định lí Vi-et, ta có</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 2 \end{cases}$ <p>Mà <math>x_1 = 3x_2</math> nên</p>	<p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p>

	$\begin{cases} 3x_2 + x_2 = 2m + 2 \\ 3x_2 \cdot x_2 = m^2 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 2m + 2 \\ 3x_2^2 = m^2 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{1}{2}(m+1) \\ \frac{3}{4}(m+1)^2 = m^2 - 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{1}{2}(m+1) \\ m^2 - 6m - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 + \sqrt{20} \text{ (T/m)} \\ m = 3 - \sqrt{20} \text{ (T/m)} \end{cases}$ <p>Vậy <math>m \in \{3 + \sqrt{20}; 3 - \sqrt{20}\}</math></p>	<p><b>0,25</b></p>
<p><b>Câu IV</b></p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p><b>a) Chứng minh tứ giác EHF M nội tiếp</b>          Xét tứ giác EHF M có <math>\angle MFH + \angle MEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math>          Suy ra tứ giác EHF M nội tiếp</p> <p><b>b) Tính số đo góc CHB</b>          Tứ giác EHF M nội tiếp nên <math>\angle BMA + \angle FHE = 180^\circ</math>  <math>\Rightarrow \angle CHB = \angle BMA</math>          Mặt khác <math>\angle BMA = \frac{1}{2} \angle BOA = 45^\circ</math>  <math>\Rightarrow \angle CHB = 45^\circ</math></p> <p><b>c) AD cắt BC tại S. Tứ giác ASBM là hình gì?</b>  <math>\Rightarrow \angle CHB = 45^\circ</math> (cmt) mà <math>\angle CHB = \text{sđ } \widehat{AD} + \text{sđ } \widehat{BC}</math>  <math>\Rightarrow \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{AD} + \text{sđ } \widehat{BC}) = 45^\circ</math> hay <math>\text{sđ } \widehat{AD} + \text{sđ } \widehat{BC} = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow \angle CSD = 90^\circ</math> hay CD là đường kính của (O)</p>	<p style="text-align: center;"><b>1,0</b></p> <p style="text-align: center;"><b>0,5</b></p> <p style="text-align: center;"><b>0,5</b></p> <p style="text-align: center;"><b>0,25</b></p> <p style="text-align: center;"><b>0,25</b></p> <p style="text-align: center;"><b>0,25</b></p>

	<p><math>\Rightarrow CS \perp BD</math> và <math>DS \perp AC</math>          Xét tứ giác ASBM có:          - <math>BS \parallel AM</math> (cùng vuông góc với <math>BD</math>)          - <math>AS \parallel BM</math> (cùng vuông góc với <math>CA</math>)          Vậy tứ giác ASBM là hình bình hành.</p> <p><b>d) Gọi I là giao điểm của SH và CD. Chứng minh I thuộc đường cố định khi M di chuyển trên đường tròn (O)</b>          Ta có H là trực tâm của tam giác SCD <math>\Rightarrow SI \perp CD</math>  <math>\Rightarrow</math> tứ giác SCIA nội tiếp <math>\Rightarrow \angle DIA = \angle CSA = 45^\circ</math>          Mặt khác <math>\angle OBA = 45^\circ</math>          Suy ra tứ giác OBAI nội tiếp mà O, B, A cố định nên I thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác OBA</p>	<p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p> <p><b>0,25</b></p>
<b>Câu V</b>	Đưa phương trình về dạng $(\sqrt{x+1}-1)^2 = (2x-5)^2$	<b>0,25</b>
	$\begin{cases} \sqrt{x+1} = 2x-4 \\ \sqrt{x+1} = 6-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x = \frac{25-\sqrt{65}}{8} \end{cases}$	<b>0,25</b>